

# Matematik

## Formål og perspektiv

Vi møder intuitivt matematikken gennem oplevelser af rytme, form og størrelser gennem livet. For at dele erfaringer og tanker om disse oplevelser bruger vi tegn, symboler, begreber og ideer som repræsentanter for oplevelserne. Areal, tallet 3, kurve, linje, tilvækst, toppunkt, udsnit, sammenlægning - alle disse emner er abstrakte stedfortrædere for erfaringer og oplevelser, ligesom ordene i vores sprog er stedfortrædere for en virkelighed, vi oplever. Matematikken kan således betragtes som et sprog, der kan bruges til at formidle vores erfaringer med antal, størrelse og form.

Mange af de indsigter, vi beskriver med matematikkens tegn og symboler, kan lige så gyldigt beskrives ved det talte eller skrevne ord, men som ved tilegnelsen af det talte sprog og skriftsproget, så åbnes en ny tilgang til verden ved beherskelsen af matematikkens sprog. Ordene og sætningsopbygningen i vores talte sprog passer til de udfordringer, vi som mennesker møder i dagligdagen. De er vanskelige at anvende ved beskrivelse af planeternes baner på himlen, trykforholdene i hjertekamrene, afstanden mellem atomer eller luftens svingninger i en orgelpibe. Ved tilegnelsen af matematikkens sprog åbnes således for indsigter, der er svært tilgængelige gennem andre sprog.

For at holde interessen og mærke værdien af matematikken er det vigtigt, at indlæringen af det formelle matematikprog løbende er koblet med de indsigter, matematikken åbner for, og at man ikke mister forbindelsen til de oplevelser af rytme, form, antal og størrelse, som er det intuitive udgangspunkt. Elevernes tilegnelse af den formelle matematik søges derfor rodfæstet i et omfattende arbejde med geometrien og motiveres ved klarheden af de nye indsigter om verden, der bliver tilgængelige ved beherskelsen af matematikkens sprog. Ved at holde matematikken nært til dens ophav og anvendelse synliggøres de enkelte trin ved tilegnelsen af metoderne.

Gennem arbejdet med geometrien vil elevens evne til visualisering styrkes til et niveau, hvor billeddannelse og form antager en dynamisk og levende karakter. Arbejdet med mængdelære og algebra kan styrke og udvide rækkevidden af elevens metodiske ræsonnementer og skærpe klarheden i de logiske tankerækker.

## Emneområder

### **Aritmetik og algebra**

Her repeteres de fire grundlæggende regnearter fra aritmetikken, men nu med forståelsen af regnearterne som operationer med særlige symmetrier og egenskaber som f.eks. kommutativitet, associativitet og transitivitet. Regnereglerne for de reelle tal afrundes med udvidelse af potensregnereglerne og ekstra fokus på specialtilfælde som kvadratsætningen. Den elementære algebras operationer indøves gennem ligninger og uligheder af 1. og 2. grad.

### **Trigonometri og kartografi**

Ud fra generelle egenskaber ved cirkler og trekanter indøves beherskelsen af de trigonometriske grundregler, med fokus på beregning af sidelængder og vinkler i en vilkårlig trekant. De tilegnede kompetencer fæstnes ved en uges landmålingsophold, hvor en mindre  $\emptyset$  opdeles i et trekantsnet og kortlægges ved højde-, længde- og vinkelmålinger.

### **Udviklingsrækker og logaritme- og eksponentialregning**

Her tilegnes de centrale forståelser og regneregler for eksponential- og logaritmeregning gennem populationsvækst, rente- og annuitetsregning, pH begrebet for vandige koncentrationer, Richter skala, decibel og radioaktivt henfald. Talrækker undersøges ved rekursive algoritmer med særligt fokus på fibonaccital og det gyldne snit.

### **Funktionslære**

Ved dette emne arbejdes med funktionsbegrebet som afbildning mellem en definitions- og en værdimængde, hvor mængdernes elementer knyttes sammen ved algoritmer, formler eller grafer.

### **Grundlæggende analytisk geometri**

Her arbejdes med grafer for funktioner i det cartesiske koordinatsystem. Forståelsen af grundlæggende transformationer og forskydninger indføres gennem arbejdet med grafer for polynomier og trigonometriske funktioner.

### **Infinitesimalregning og videregående analytisk geometri**

Ud fra arbejde med emnet vækst og hældning udledes differentialkvotienten, grænseværdibegrebet og differentiation. Der arbejdes med regler for polynomiums-, eksponential-, logaritme- og trigonometrifunktioner samt kombinationer af disse. Ud fra differentiation indøves udledning af tangenter og optimering af funktioner. Stamfunktionsbegrebet bliver indarbejdet som omvendt operation til differentiering såvel som udtryk for arealet.

### **Sandsynlighedsregning og statistik**

Indføring i standarder for den deskriptive statistik samt grundlæggende regler for kombinatorik. Forståelsen for emnerne uddybes ved projektarbejder samt analyser af mediers brug og fremstilling af statistisk data.

### **Projektiv geometri**

Gennem projektionstegning, perspektivtegning og aksionometri indarbejdes en fortrolighed med projektioner, der danner grundlag for et videre arbejde med ikke-euklidiske geometrier samt projektiv geometri med Desargues sætning og dualitetsprincippet. Øvelser i rumlig visualisering understøtter de formelle kompetencer i den projektive geometri.

### **Lineær algebra**

Her arbejdes med vektorbegrebet og parameterfunktioner. Rumgeometrien udforskes gennem vektorregning, og lineære ligningssystemer løses ved brug af determinanter.

# Kompetencemål

## Aritmetik og algebra

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- regne med de fire regningsarter for de reelle tal, brøker og procent
- regne med potenser og rødder med rationale eksponenter
- løse ligninger af 1. og 2. grad
- løse 2 lineære ligninger med 2 ubekendte
- udnytte kendskab til kvadratsætningen til at faktorisere
- løse uligheder for 1. gradsligninger
- omsætte problemstillinger beskrevet i prosatekst til opstilling af en ligning

## Trigonometri og kartografi

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- regne med forholdstal mellem lignedannede trekanter
- beregne vinkler i polygoner
- beregne sidelængder i en retvinklet trekant ud fra Pythagoras' læresætning
- redegøre for enhedscirklen samt grader, nygrader og radianer
- redegøre for definitionerne af sinus, cosinus og tangens samt deres overgangsformler
- anvende sinus- og cosinusrelationen til at beregne sider og vinkler i en vilkårlig trekant
- foretage vinkelmålinger i horisontalt og vertikalt plan med en teodolit
- foretage nivelleringsmålinger langs en linie
- udlægge et hensigtsmæssigt trianguleringsnet i et måleområde
- planlægge og udføre et landmålingskort med detailmålinger og højdekurver

## Udviklingsrækker og logaritme- og eksponentialregning

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- anvende logaritmeregnereglerne til at løse ligninger med eksponentialfunktioner
- opstille eksponentielligningsmodeller ud fra vækst, forfald eller rentescenarier
- foretage beregninger for samtlige variable ved annuitets- og rentesregning
- opstille rekursive algoritmer og arbejde med dem i regneark

## Funktionslære

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- arbejde med funktioner ud fra formler, algoritmer og grafer
- forstå og anvende begrebet invers funktion
- konstruere en sammensat funktion ud fra to givne funktioner
- angive definitionsområdet for en given funktion

## Grundlæggende analytisk geometri

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- redegøre for sammenhængen mellem funktion og graf i et cartesisk koordinatsystem
- redegøre for betydningen af koefficienterne i linjens ligning
- opstille ligningen for en linje, givet to punkter
- konstruere parallelle og ortogonale linjer til en given linie
- bestemme skæringspunkt for to linjer
- bestemme afstand mellem punkter og afstand mellem punkt og linje
- orientere sig i keglesnittenes formler
- danne et hurtigt overblik over en grafs forløb ud fra skæringer med akserne
- forskyde en funktion langs ordinat- og abscisseaksen
- skitsere en funktions omtrentlige form ud fra dens beskrivelse.

## **Infinitesimalregning og videregående analytisk geometri**

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- redegøre for grænseværdibegrebet i forbindelse med hældning og differentialkvotient
- udføre differentiation af simple og sammensatte funktioner
- bestemme hældningen og krumningen i et punkt
- finde lokale top- og bundpunkter ved optimering
- anvende differentiering til at bestemme tangentligninger
- redegøre for integration i forhold til differentiation
- finde det ubestemte integral til polynomiums-, eksponential- og trigonometrifunktioner
- redegøre for sammenhæng mellem sted, hastighed og acceleration ud fra infinitesimalregning
- bestemme arealet under grafen for en funktion

Der sigtes yderligere mod et eller flere af følgende kompetenceområder:

## **Sandsynlighedsregning og statistik**

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- planlægge og udføre systematisk indsamling af data
- præsentere data i histogramform
- forholde sig kritisk til det statistiske grundlag ved mediers præsentation af resultater
- udføre simple kombinatorikberegninger ved brug af fakultet
- beskrive indsamlet data ved middelværdi, median, typetal, kvartil og varians
- opstille en nul-hypotese og teste den ved simple deskriptive analyser
- reflektere over balancen mellem type I og type II fejl
- anvende binomialformlen til løsning af relevante problemstillinger
- orientere sig i problemstillinger repræsenteret ved en normalfordeling

## **Projektiv geometri**

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- redegøre for billedplanet i perspektivtegning
- konstruere simple perspektivtegninger ud fra et centralt forsvindingspunkt
- konstruere perspektiviske forkortelser ud fra 45 graders forsvindingspunkter
- konstruere slagskygger for simple objekter, givet en lyskilde
- redegøre for iso-, di- og trimetri
- kende til fundamentalsætningen i projektiv geometri
- redegøre for Desargues sætning og dualitetsprincippet ud fra egne konstruktioner

## **Lineær algebra**

*Undervisningen giver mulighed for at kunne:*

- omsætte frit mellem tal og grafisk repræsentation af vektorer
- beregne længden af en vektor
- foretage vektoraddition og -subtraktion samt redegøre for den grafiske tolkning af dette
- udføre skalering af en vektor samt redegøre for den grafiske tolkning af dette
- bruge skalarprodukt og længde af to vektorer til at bestemme vinklen mellem dem
- beskrive en simpel rumgeometrisk problemstilling ved hjælp af vektorer

## **Evaluering**

Elevers udbytte af forløbet opleves gennem deltagelsen i timerne samt den kontinuerlige selvstændige skriftlige bearbejdning af undervisningsstoffet i form af redegørelser, analyser og vurderinger samt illustrative eller kunstnerisk udformede tegninger, som løbende og afslutningsvis kommenteres og evalueres.